
Examen (1^{ère} tranche)
Pc1
Analyse

Problème I: (2,1,4,2,1,1) pts

Soit $f(x) = \arcsin\left(\frac{|x|}{\sqrt{1+x^2}}\right)$

- 1) Chercher D_f .
- 2) f est-elle continue sur D_f .
- 3) f est-elle dérivable ? Calculer f' sur le domaine de dérivabilité.
- 4) En déduire une expression simple de f .
- 5) Déduire l'allure de la courbe de f .
- 6) En déduire que f admet une fonction réciproque sur \mathfrak{R}^+

Problème II: (1,4) pts

Soit $h(x) = 2\arctg(x) - \frac{1}{2}$

- 1) Vérifier que l'équation $h'(x) = 1$ n'admet pas de solutions dans $]0,1[$.
- 2) Montrer qu'il existe $x_0 \in [0,1]$ unique tel que $h(x_0) = x_0$.

Problème III: (2,2) pts

Soit la suite $(U_n)_n$ définie par

$$\begin{cases} U_0 \text{ donné} \\ U_{n+1} = h(U_n) \end{cases}$$

- 1) Montrer que la suite $(U_n)_n$ est bornée.

2) Montrer que $(U_n)_n$ est convergente.

<http://azrousoft.8m.com> **Benkeroum Younes 1 October 2004**