# Série 1

## Exercice 1 : (Onde électromagnétique – Equation de Maxwell)

A partir des équations de Maxwell dans le vide et en se plaçant dans la condition de jauge de coulomb, donner :

- L'équation d'onde en $\vec{A}\,(\vec{r}\,, t)$
- Le potentiel vecteur $\vec{A}\,(\vec{r}\,, t)$
- Les expressions des champs électriques $\vec{E}\,(\vec{r}\,, t)$ et magnétique $\vec{B}\,(\vec{r}\,, t)$
- Dans une description quantique du champ électromagnétique, la densité d'énergie.
- Dans une description classique du champ électromagnétique, déduire le nombre de photons en fonction de $A_0$ ($A_0$ étant l'intensité de $\vec{A}$)
- L'intensité de la radiation

$$I(w) = \frac{1}{T}\int_0^T \left|\frac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{mo}\right| dt \quad ; \qquad \text{T étant la période d'oscillation.}$$

## Exercice 2 : (Hamiltonien dipolaire électrique)

Décrire l'hamiltonien de l'interaction entre un champ électromagnétique extérieur et un atome constitue d'un électron soumis au potentiel colombien du noyau, en utilisant la transformation de jauge de Göppert-Mayer qui se déduit de la jauge de coulomb par la transformation de jauge dans la quelle on prend le champ scalaire arbitraire

$$\vec{F}\,(\vec{r}\,, t) = -(\vec{r} - \vec{r_0}).\vec{A}\,(\vec{r_0}, t)$$

Ou $\vec{r}$ est la position de l'électron, $\vec{r_0}$ celle du noyau et $\vec{A}$ est le potentiel vecteur du champ extérieur.

- Cas des champs faibles.
- L'approximation des grandes longueurs d'onde, conclure.

## Exercice 3 : (Probabilité de transition)

Considérons un système dont l'hamiltonien total H= H + $H_I(t)$ ou $H_0$ est l'hamiltonien non perturbé indépendant du temps et $H_I(t)$ est une perturbation dépendante du temps. Soit $E_k$ les valeurs propres de $H_0$ et $?_k$ les fonctions propres stationnaires correspondante, qui on suppose orthonormées, et forment un système complet.
Soit $?(\vec{r}\,, t)$ une solution générale de l'équation de schrodinger:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} ? (\vec{r}, t) = H ? (\vec{r}, t)$$

Qu'on peut développer sur les $?_k$,

$$? (\vec{r}, t) = \sum_k C_k(t)\ ? (\vec{r})\ e^{-E_k t i/h}$$

1) Montrer que les $C_k(t)$ obéissent à l'équation

   $$C_b(t) = (i\hbar)^{-1} \sum_k H_{bk}\, C_k(t)\, e^{-w_{bk} t}$$

2) Si la perturbation est faible, on peut développer les $C_k(t)$ sous forme $C_k(t) = C_k^{(0)}(t) + C_k^{(1)}(t) + C_k^{(2)}(t) + \ldots$, En supposant le système initialement dans un état stationnaire $?_a$ d'énergie $E_a$. Donner l'amplitude de probabilité de trouver le système dans un état stationnaire $?_b$ d'énergie Eb au premier ordre des perturbations.
3) Donner cette probabilité dans le cas ou $H_J(t)$ est indépendant du temps dans la bande[0,t].
4) Supposons maintenant que la probabilité de transité d'énergie des niveaux $E_b$.
   a) Donner l'expression de la probabilité de transition au premier ordre de l'état initial a au groupe d'état final b.
   b) Donner la probabilité de transition par unité de temps dans le cas ou la bande d'énergie du spectre est assez petite.

## Exercice 4 : (émission spontanée)

La probabilité de transition totale par unité de temps relative à l'émission spontanée est obtenue en intégrant sur toutes les directions d'émission en sommant sur les différentes directions de polarisation.
En choisissant l'axe (oz) confondu avec la direction d'émission du photon, et que la polarisation est suivant les deux directions (ox) et (oy).

a) Déterminer l'expression de $\overline{W_{ab}^{s}}$.
b) A l'approximation dipolaire électrique, donner $\overline{W_{ab}^{s}}$ .

## Exercice 5 : (Approximation dipolaire)

A - Donner la probabilité de transition par unité de temps relative à l'absorption, à l'approximation dipolaire électrique.
B - Donner cette probabilité dans le cas d'une radiation isotope ou l'orientation du vecteur polarisation aléatoire.

## Exercice 6 : (Lois d'Einstein sur le rayonnement)

On considère dans une enceinte un système atomique à deux niveaux a et b tel que $E_b > E_a$, en équilibre thermique avec un rayonnement, à la température T.

1)

a- Déterminer les relations liant les trois coefficients d'Einstein.

b- En désignant par $g_a$ et $g_b$ les degrés de dégénérescences des deux niveaux a et b, déterminer les relations liant les trois coefficients d'Einstein.

2) Dans le cas d'un system hydrogénoïde constitué d'atomes d'un seul type à deux niveaux a et b supposées non dégénères, en équilibre thermique. Comparer le nombre de transition pare unité de temps de l'absorption au nombre de transition de l'émission stimulée.

3) Déterminer le nombre de photon émis par unité de temps et celui de photons absorbés par un atome à deux niveaux non dégénères. En déduit la variation de la puissance de la radiation, on négligera l'émission spontanée.

## Exercice 7 : (Principe du bilan détaillé)

Montrer en jauge de coulomb que la probabilité de transition par unité de temps pour l'absorption est égale a celle de l'émission stimulée, l'onde électromagnétique est représenté par une onde plane.