Série 6

Exercice 1 :

Etudier la composition des moments cinétiques dans les cas suivants :

- $j_1 = 1$ et $j_2 = 1$
- $l = 1$ et $s = ½$

Exercice 2 :

Démontrer les relations suivantes :

- $\sum_{m1,m2}$ <j1j2m1m2|JM><j1j2m1m2J'M'|>=$d_{jj'} d_{MM'}$
- $\sum_{J} \sum_{M}$ <j1j2m1m2|JM><j1j2m1m2J'M'|>=$d_{m1m1'} d_{m2m2'}$

Exercice 3 :

On considère un atome de Deutérium(constitué par un noyau de spin i=1 et un électron s=1/2). Le moment cinétique électronique est $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ ou $\vec{L}$ est le moment cinétique orbital de l'électron et $\vec{S}$ son spin. Le moment cinétique totale de l'atome est $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$ ou $\vec{I}$ est le spin du noyau. Les valeurs propres de J2 et F2 sont désignées respectivement par j(j+1) $?^2$ et f(f+1) $?^2$.

1) Quelles sont les valeurs possibles des nombres quantiques j et f pour un atome de deutérium dans le niveau 1s ?
2) Même question pour un atome de deutérium dans le niveau excité 2p ?
3) Le noyau de l'atome d'hydrogène est un proton de spin i=1/2. Quelles sont les valeurs possibles des nombres quantiques j et f pour un atome d'hydrogène dans le niveau 2p ?

Exercice 4 :

Considérons un système de deux particules de spin ½ :

$\vec{S}_1$ et $\vec{S}_2$ (deux électrons ou deux atomes d'argent dans l'état fondamentale, par exemple), et intéressons nous uniquement à leur degré de liberté de spin.

Nous noterons { $|e_1, e_2>$} = { |+,+>, |+,->, |-,+>, |-,-> } une base orthonormée de l'espace des états d'un tel système. Ces vecteurs sont états des observables S_1^2, S_{1z}, S_2^2, S_{2z} .

1) Nous définissons le spin total du système par $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$.
   S^2 commute-t-il avec S_{1z} ?avec s_{2z} ?avec S_z ?
2) Ecrire les matrices représentant S^2 et Sz dans la base {|>}.
3) Calculer les vecteurs propres de S2, ses valeurs propres et leur degré de dégénérescence.
   Les vecteurs de cette nouvelle base seront notés {|S,M>} tels que :
   S^2 |S,M >= S(S+1) ?^{2} |S,M>
   S_z |S,M>=M ? |S,M>
4) En appliquons les résultats de la composition des moments cinétique retrouver les vecteurs d'état |S,M > en fonction de { $|e_1, e_2>$}.

<u>Exercice 5 :</u>

Soit un système constitué de deux particules de spin ½ dont on ignore les variables orbitales. L'hamiltonien du système est donné par :

$$H=S1z w_1 + w_2 \ S2z + \frac{2a}{?} \vec{S}_1 . \vec{S}_2$$

Ou S_{1z} et S_{2z} sont des projections sur oz des spins $\vec{S}_1$ et $\vec{S}_2$ des deux particules w_1 , w_2 et a sont constantes réelles.

1) Exprimer H en termes de S^2, S_z et $\vec{S}_z = S_{1z} - S_{2z}$ ou $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$ est le spin total.
2) Ecrire la matrice représentant H dans la base {|S,M >} prise dans l'ordre suivant :
   {{ |1,1>, |1,-1>, |1,0>, |0,0> }.Trouver les valeurs et les vecteurs propres de H. Commenter les résultats ainsi obtenus.
3) On prend maintenant a=0. A l'instant t=0, l'état du système est :
   $$|? (0)> = \frac{1}{\sqrt{2}} \{|+,-> |-,+> \}.$$
   A l'instant t, on mesure S^2. Quels résultats peut-on trouver et avec quelles probabilités ?