PC1 98/99
Série 6
Analyse

Exercice 1 :

Ecrire la formule de Taylor-Young de la fonction sinus au point à $\frac{p}{2}$ l'order 2n.

Exercice 2:

Ecrire la formule de Taylor-Young de la fonction sinus au point à $\frac{p}{4}$ l'ordre 10.

Exercice 3 :

En utilisant la formule de Mac-Laurin, montrer que les fonctions suivantes sont équivalentes :

a) **f(x)=log(1+x) et** $g(x)=x-\frac{x^2}{2}$

b) **f(x)=tg(x) et** $g(x)=x+\frac{x^3}{3}$

Exercice 4 :

a) Montrer que $f(x)=e^{x^2}-1$ est une infiniment petite d'ordre 2 au voisinage de 0

b) Montrer que $f(x)=e^{\sin(\frac{1}{x^2})}-1$ est une infiniment grande d'ordre 2 au voisinage de $+\infty$.

Exercice 5 :

Donner les D.L à l'ordre 4 au voisinage de 0 des fonctions suivantes :

a) $f_1(x)=\frac{x}{\sin(x)}$

b) $f_2(x)=\dfrac{\log(1+x)}{1+x}$

c) $f_3(x)=\log(x+\sqrt{\cos(x)}$

d) $f_4(x)=\sin(x)\cos(x)$

e) $f_5(x)=(\sin(\log(1-x)))\cos(x^2)$

Exercice 6 :

Déterminer le D.L de $f(x)=e^{(\frac{x}{1+x})}$ au voisinage de à l'ordre 3.

En déduire la partie principale de $j(x)=g(x)-1-\dfrac{1}{x}$ lorsque x tend vers $-\infty$ ou $g(x)=e^{(\frac{1}{1+x})}$.

Exercice 7 :

Déterminer le D.L de arctg(x) au point $\dfrac{1}{2}$ à l'ordre 4.

Exercice 8 :

Montrer que :

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{\log(1+x)}{x}\right)^{x\log(x)}=e$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x}{\sin(x)}\right)^{\frac{\sin(x)}{x-\sin(x)}}=e$

c) $\lim\limits_{x\to\frac{p}{2}}(tg(\dfrac{x}{2}))^{tg(x)}=\dfrac{1}{e}$

d) $\lim_{x \to +\infty} \left(1+\frac{2}{2x-1}\right)^{2x} = e^2$

Exercice 9 :

Soit la fonction f définie dans R \ {1} par :

$$f(x) = \frac{x^3+2}{x-1}$$

Donner le D.L généralisé de f au voisinage de $+\infty$ (resp $-\infty$)

Sous forme $f(x) = a\,x^2 + bx + c + \frac{d}{x} + e\left(\frac{1}{x}\right)$. En déduire que le graphe de la fonction f admet une asymptote et déterminer sa position par rapport à cette asymptote au voisinage de $+\infty$ (resp $-\infty$).