TD : Série N°1 PC2
Analyse

- ## Exércice 1:

Préciser la nature de la série de terme général U_n et calculer éventuellement sa somme dans les cas suivants:

1) $U_n = \frac{n^2}{n!}$

2) $U_n = \frac{2n-1}{n(n^2-4)}$

3) $U_n = \log(1+\frac{2}{n(n+3)})$

- ## Exercice 2:

(Facultatif).Même questions que l'exercice précédent avec:

1) $U_n = \frac{n^3}{n!}$

2) $U_n = \frac{4}{(2n+1)(2n+3)}$

3) $U_n = \log(1-\frac{1}{n^2})$

- ## Exercice 3:

Etudier la nature des séries de terme général U_n

1) $U_n = \frac{n^n}{2^n}$

2) $U_n = n\sin(\frac{1}{n})$

3) $U_n = (\frac{n}{n+1})^{n^2}$

4) $U_n = (n^3+1)^{\frac{1}{3}} - (n^2+1)^{\frac{1}{2}}$

5) $U_n = (n\sin(\frac{1}{n}))^{n^a}, a \in \Re^+$

6) $U_n = \begin{cases} \frac{1}{n} & , \quad \text{si n est un carré} \\ 0 & , \quad \text{sinon} \end{cases}$

7) $U_n = \frac{1}{n^a log^b(n)}$

8) $U_n = (n-1)^{\frac{n}{n-1}} - (n)^{\frac{n+1}{n}}$

9) $U_n = \frac{\cos(n^2 p)}{n\log(n)}$

10) $U_n = \int_{np}^{(n+1)p} \frac{\sin(x)}{x} dx$

- Exercice 4:

Soit (U_n) une suite à termes positifs et décroissante. Considérons la suite V_n donnée par :

$V_n = n\,(U_{n-1} - U_n)$

Montrer que si la série $\sum_{n\geq 0} V_n$, converge alors la série $\sum_{n\geq 0} U_n$ converge et a la même somme.

- Exercice 5:

On considère les suites (U_n) et (V_n) définies par :

$U_n = \frac{1}{n} - \log(1+\frac{1}{n})$

et

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{3}-\log(n)\,, \quad n\geq 1$$

1. Montrer que la série de terme général U_n converge.
2. Montrer que la série V_n converge
3. En déduire la nature de la série de terme général W_n définie par:

$$U_n=\frac{1}{n}-\log(1+\frac{1}{n})$$

- Exercice 6:

(Facultatif).Etudier la série de terme général U_n dans les cas suivants:

1) $U_n=(\frac{1}{2})^{\sqrt{n}}$

2) $U_n=\sqrt{ch(\frac{1}{n})-1}$

3) $U_n=\int_0^{\frac{1}{n}}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+x^2}}\,dx$

4) $U_n=e-(1+\frac{1}{n})^n$

5) $U_n=\sin(\frac{n^2 p}{n+1})$

Benkeroum Younes March 12 2004